

Sayılar Teorisi Dersi Bütünleme Soruları

1 - $13x - 5y + 4z = 7$ Diophant denkleminin genel çözümünü bulunuz.

2 - a) $\frac{72}{37}$ rasyonel sayısını sürekli kesre açınız.

b) $[3, 2, 1, 5, 7, 2]$ rasyonel sayısını bulunuz.

3 - a) $2^{3^{2003}}$ sayısının 17'ye bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

b) $p \neq q$ iki asal sayı ve $n = p \cdot q$ olsun. n mükemmel sayı ise n kaçtır.

4 - $f(x) = x^3 + 19x^2 - x + 28 \equiv 0 \pmod{42}$

polinom kongrüansının tüm çözümlerini bulunuz.

Sayılar Teo. Dersi Bütünleme Cevap Anahtarı

$$1 - 13x - 5y + 4z = 7$$

$$(13, -5, 4) = d = 1, \quad (-5, 4) = d_1 = 1 \quad \beta = -4 \quad \delta = -5$$

$$-5d + 4\delta = 1, \quad \alpha = -1 \quad \gamma = -1$$

$$13x + t = 7 \quad x = 1 + v \quad t = -6 - 13v$$

$$x = 1 + v \quad y = 6 + 13v - 4u \quad z = 6 + 13v - 5u$$

$$2 \quad a) \quad \frac{72}{37} = 1 + \frac{1}{\frac{37}{35}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{35}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{17 + \frac{1}{2}}}$$

$$b) \quad 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{7 + \frac{1}{2}}}}} = \frac{875}{261}$$

$$3 - a) \quad 2^3 \equiv x \pmod{17} \quad \varphi(17) = 16$$

$$2^{16} \equiv 1 \pmod{17} \quad 2^{2003} \equiv ? \pmod{16} \quad \varphi(16) = 12$$

$$3^{2003} \equiv (3^{12})^{166} \cdot 3^{11} \equiv 3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^3 \equiv 11 \pmod{16}$$

$$2^{2003} \equiv 2^{11} \equiv 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^3 \equiv (-1)(-1) \cdot 8 \equiv 8 \pmod{17}$$

3 b) $n = pq$ mükemmel ise

$$\sigma(n) = 2n \text{ dir.}$$

$$\sigma(pq) = \sigma(p)\sigma(q) = 1+p+q+pq = 2pq$$

$$pq = p+q+1 \quad p = \frac{q+1}{q-1} \quad \begin{array}{l} q=2 \Rightarrow p=3 \\ q=3 \Rightarrow p=2 \end{array}$$

$n = 6$ dir. başka da olmaz.

$$4- f(x) = x^3 + 19x^2 - x + 28 \equiv 0 \pmod{(2 \cdot 3 \cdot 7)}$$

$$f(x) \equiv 0 \pmod{2} \quad b_1 \equiv 1$$

$$f(x) \equiv 0 \pmod{3} \quad b_2 = 1, -1$$

$$f(x) \equiv 0 \pmod{7} \quad b_3 = 1, 2, -1 \quad \text{o halde 6 çözüm}$$

var bir tanesini bulalım.

$$x \equiv b_1 \pmod{2}$$

$$x \equiv b_2 \pmod{3}$$

$$x \equiv b_3 \pmod{7}$$

$$b = \sum_{i=1}^3 M_i x_i$$

$$M_1 = 21 \quad M_2 = 14 \quad M_3 = 6$$

$$21 x_1 \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow x_1 = 1$$

$$14 x_2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x_2 = -1$$

$$6 x_3 \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow x_3 = -1$$

tüm çözümler $\overline{1}, \overline{13}, \overline{37}, \overline{29}, \overline{41}, \overline{23}$ bulunur.